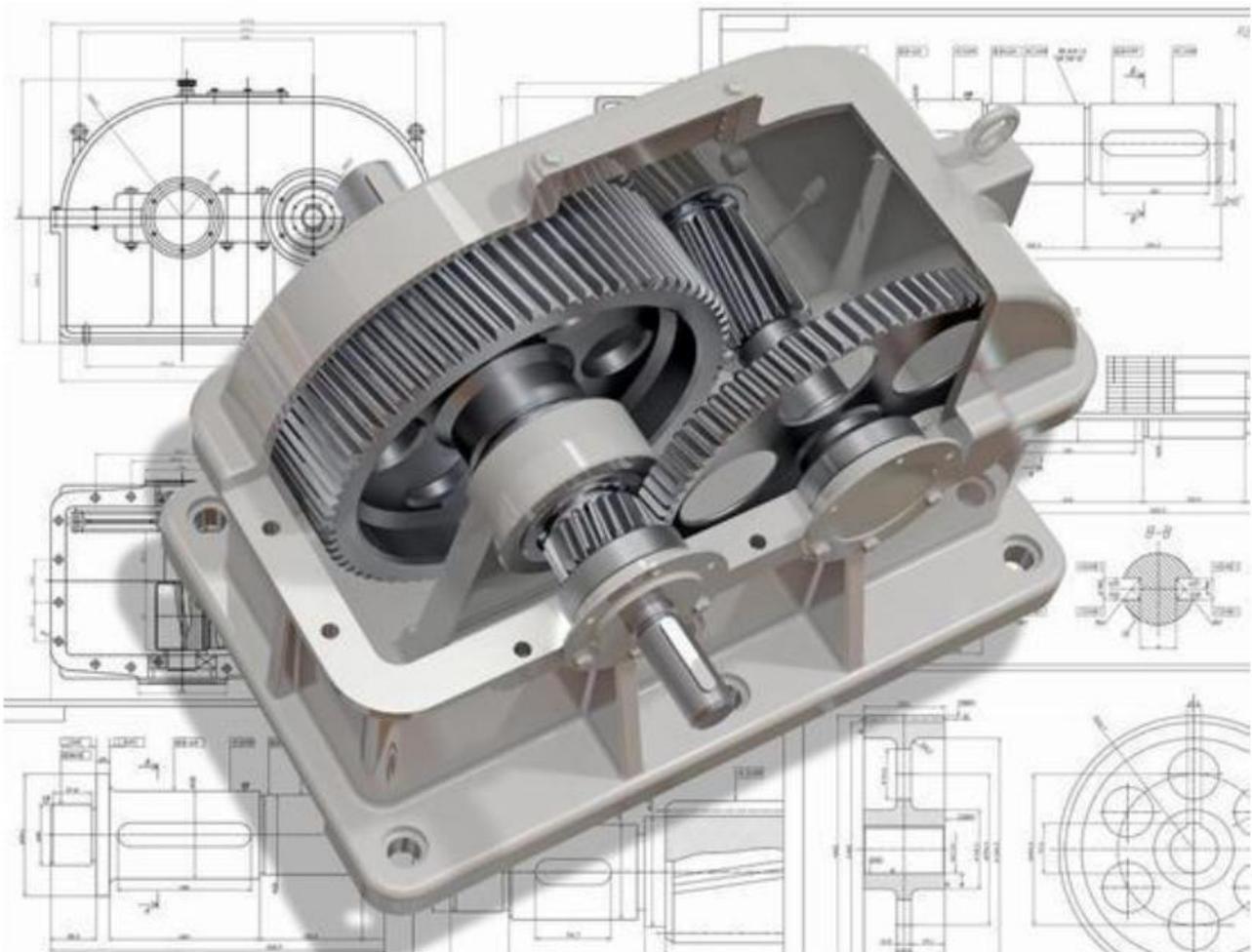


Multiplication ou réduction



Objectifs :

Déterminer le rapport de transmission entre l'entrée et la sortie d'un réducteur (ex. : boîte de vitesse) ou d'un multiplicateur (ex. : éolienne).

Sommaire

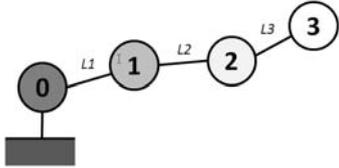
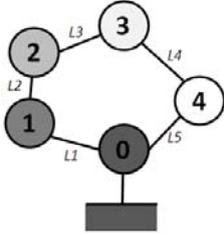
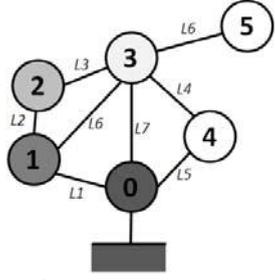
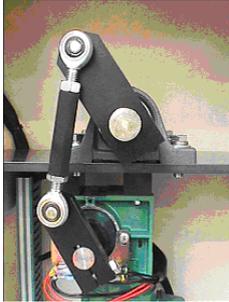
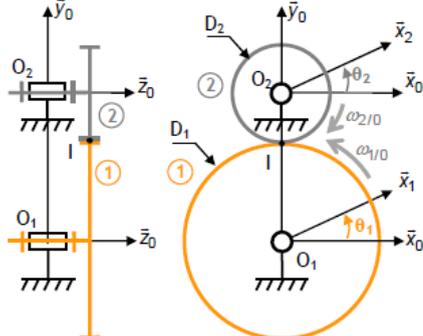
1 - Loi entrée-sortie d'un système	3
1.1 - Chaîne de solide.....	3
2 - Loi entrée-sortie des réducteurs et multiplicateurs de vitesse .	4
2.1 - Rapport de transmission	4
3 - Réducteur à engrenages	5
3.1 - Caractéristiques dimensionnelles	5
3.2 - Formule générale	5 à 7
4 - Applications	7 à 8
5 - Cas des boîtes de vitesses	9 à 10

1-Loi entrée-sortie d'un système

(1) Il s'agit en général du solide mis en mouvement par l'actionneur de la chaîne d'énergie.

On appelle **loi entrée sortie** d'un système mécanique, l'ensemble des **relations entre les paramètres de position et d'orientation** (ou leurs dérivées) du « solide d'entrée »⁽¹⁾ et ceux du « solide de sortie ».

La manière dont on obtient cette loi entrée sortie dépend de la configuration de la chaîne cinématique.

Chaîne ouverte.	Chaîne fermée.	Chaîne complexe.
		 <p data-bbox="1125 880 1513 958">Une chaîne complexe est constituée de plusieurs chaînes ouvertes ou fermées.</p>
<p data-bbox="414 963 678 992">Exemple : bras robot.</p> 	<p data-bbox="750 963 1037 992">Exemple : lève-barrière</p> 	<p data-bbox="1177 963 1460 1025">Exemple : plate-forme élévatrice</p> 
<p data-bbox="367 1373 730 1473">Les paramètres cinématiques sont tous indépendants.</p> <p data-bbox="367 1507 730 1877">La loi entrée-sortie concerne la relation entre les coordonnées articulaires (c'est-à-dire les paramètres pilotant les actionneurs : moteurs, vérins...) et les coordonnées opérationnelles (c'est-à-dire les coordonnées en bout de chaîne : pince, outil...)⁽²⁾.</p>	<p data-bbox="746 1373 1513 1507">Certaines caractéristiques géométriques du système sont invariantes et sont supposées connues. D'autres paramètres permettent de caractériser les mouvements des solides les uns par rapport aux autres.</p> <p data-bbox="746 1541 1513 1709">La loi entrée-sortie est une loi exprimant le(s) paramètre(s) de sortie du système uniquement en fonction du (des) paramètre(s) d'entrée et des caractéristiques géométriques invariantes du système, sans faire intervenir les paramètres de mouvement intermédiaires.</p> 	

(2) Dans ces systèmes, chaque liaison, pilotée par son propre actionneur, est appelée un axe. On parle alors de robots ou de machines trois axes, quatre axes, etc....

2- Loi entrée-sortie des réducteurs de vitesses

Dans un système, l'énergie mécanique de rotation en sortie de l'actionneur est rarement directement utilisable par l'effecteur.

Lorsque l'on souhaite adapter les caractéristiques cinématiques de cette énergie, on utilise un transmetteur permettant de **modifier la vitesse angulaire et le couple**.



2.1 - Rapport de réduction - Coefficient de transmission.



Les boîtes de vitesses sont des composants mécaniques essentiels à tout mécanisme. Ils permettent la transmission de mouvement et de puissance.

La particularité d'un réducteur est qu'il réduit **la fréquence de rotation (n)** mais augmente **dans les mêmes proportions le couple**.

Exemple : plaque Constructeur



-Interprétation de la plaque signalétique de ce réducteur :

i ou k est le **coefficient de transmission du réducteur** c'est un coefficient qui multiplie ou divise les données d'entrées.

Pour calculer le rapport de réduction noté r à partir du coefficient de transmission il suffit de :

$$r = 1 / k \text{ où } 1/i = 3,6 \cdot 10^{-3}$$

Ce rapport peut aussi se déterminer à partir des vitesses de sortie et d'entrée :

$$r = \omega_s / \omega_e \text{ où } n_s / n_e$$

En fonction du résultat obtenu, on peut qualifier le type du système de :

- **réducteur** si nous avons $r < 1$.
- **multiplicateur** si nous avons $r > 1$.

3 - Réducteurs à engrenages

3.1. Caractéristiques dimensionnelles

Principe

Un engrenage est constitué de **deux roues dentées** qui engrènent l'une avec l'autre, la plus grande avec appelée la ROUE la plus petite est le PIGNON.

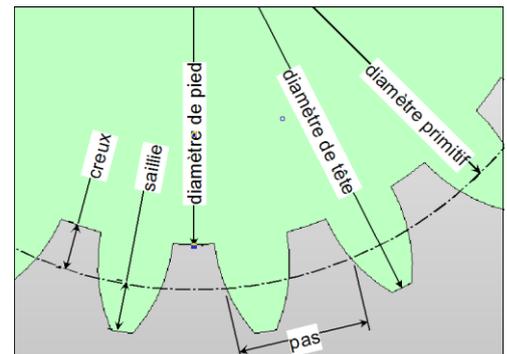
3.1.1. Denture DROITE.

Caratéristiques

Deux paramètres semblent important :

- Le diamètre primitif
- Le module.

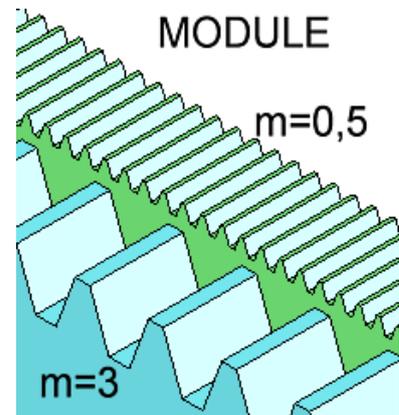
La forme des dents assure le roulement sans glissement au point de contact I des cercles fictifs de diamètres D_1 et D_2 . Ces cercles sont appelés **cercles primitifs**. Ils correspondent aux diamètres sur lequel le contact s'effectue. Suivant la forme de la denture celui-ci se calcule différemment ci-dessous le cas d'une denture droite :



Le module caractérise la forme de la dent.

Les Deux roues dentées doivent impérativement avoir le même module pour pouvoir engrèner.

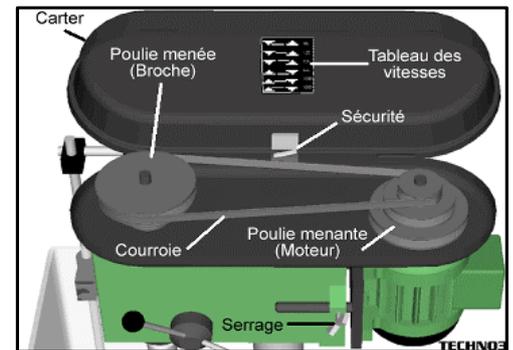
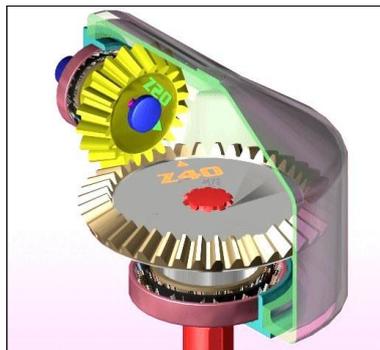
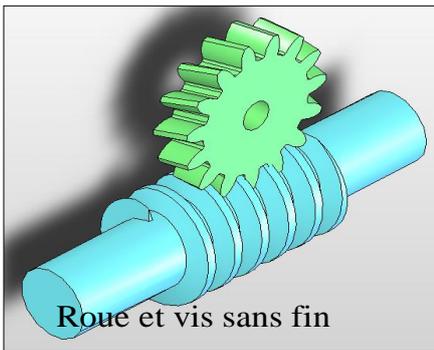
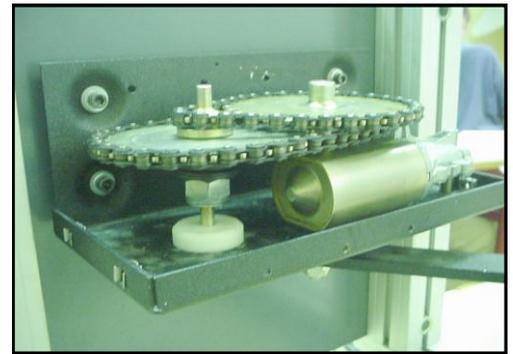
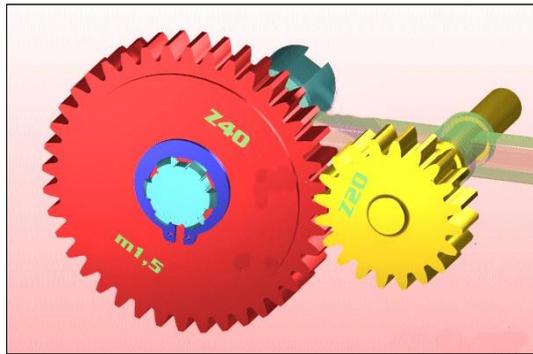
Désignation	Symbole	Formule
Module	m	déterminé par un calcul de résistance des matériaux
Nombre de dents	z	déterminé par le rapport des vitesses
Diamètre primitif	d	$d = m \cdot z$
Diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 m$
Diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5 m$
Saillie	h_a	$h_a = m$
Creux	h_f	$h_f = 1,25 m$
Hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m$
Pas	p	$p = \pi \cdot m$
Largeur de denture	b	$b = k \cdot m \quad (2 < k < 10)$
Entraxe des deux roues	a	$a = (d_1 + d_2) / 2$



3.2. Formule générale.

Dans la pratique, pour calculer la loi entrée-sortie d'un train d'engrenages, il est inutile de repartir de la condition de RSG au point de contact qui a permis d'élaborer cette formule.

Il est à noter que quelque soit le type de transmission : engrenages, chaîne ou courroie celle-ci fonctionne.



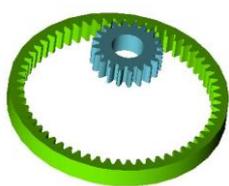
On utilise directement la formule suivante qui définit le **rapport de transmission** :

$$r = \frac{\omega_{\text{sortie}}}{\omega_{\text{entrée}}} = (-1)^n \cdot \frac{\text{Produit (R ou D ou Z) des roues MENANTES}}{\text{Produit (R ou D ou Z) des roues MENEES}}$$

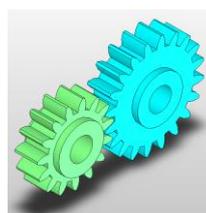
- n_s OU ω_{sortie} : Fréquence de rotation en sortie en tr / s ou en tr/min ou en rad / s
- n_e OU $\omega_{\text{entrée}}$: Fréquence de rotation en entrée en tr / s , en tr/min ou en rad / s
- R : Rayon primitif
- D : Diamètre primitif
- Z : Nombre de dents
- n : Nombre de contact extérieur

-Précisions :

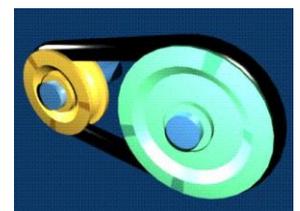
* Le terme $(-1)^n$: donne le sens de rotation de la sortie par rapport à l'entrée avec n : **nombre de contacts extérieurs** entre roues.



Contact intérieur : inutile

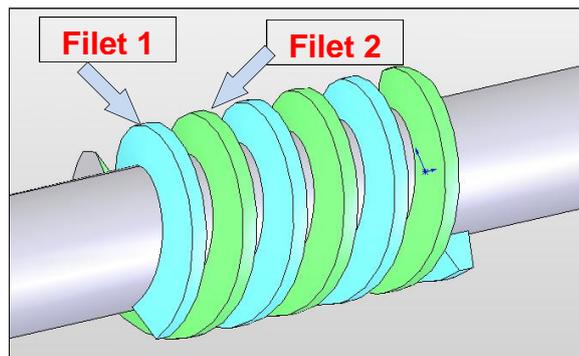
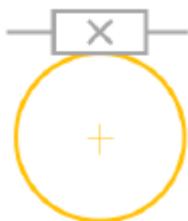


Contact extérieur : utile



Poulie/courroie : inutile

*Dans le cas particulier d'un engrenage roue et vis sans fin, le nombre de dents est égal au **nombre de filet** :

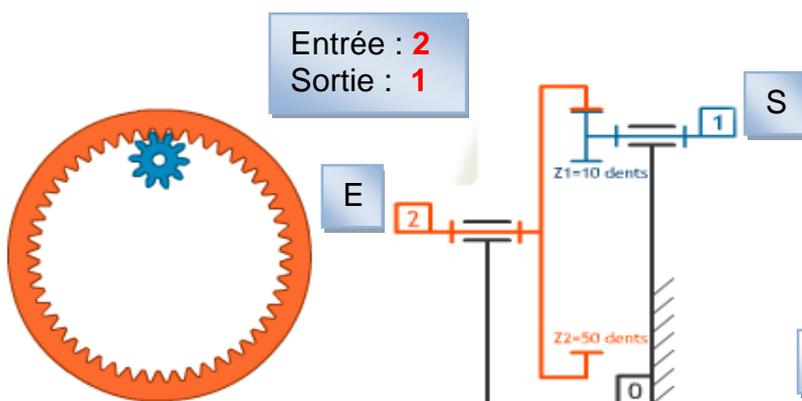


* On qualifie de **roue menante** toute roue motrice dans le train d'engrenage et de **roue menée** toute roue réceptrice dans le train d'engrenages.

4 - Applications

Pour chaque cas proposé, déterminer :

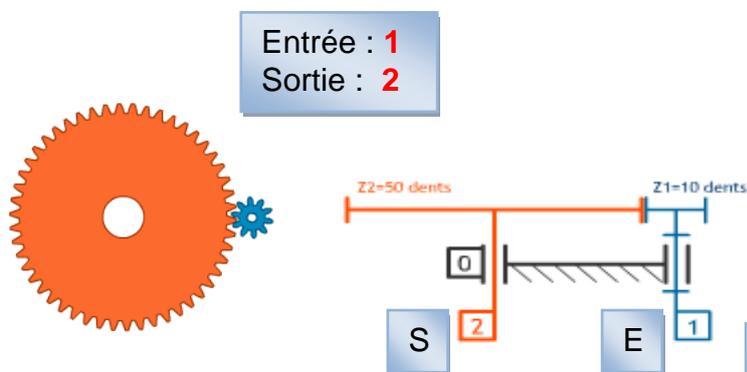
- l'expression littérale du rapport de réduction.
- le sens de rotation



$$r = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Z2}{Z1}$$

$$r = 5$$

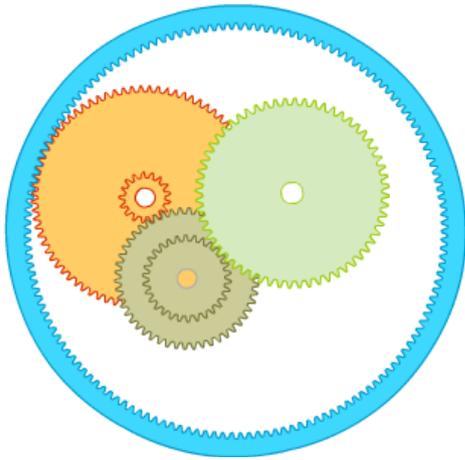
Réducteur Multiplicateur



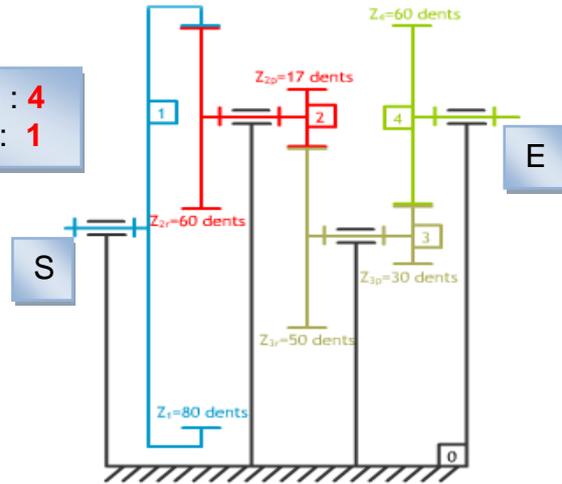
$$r = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{-Z1}{Z2}$$

$$r = -0,2$$

Réducteur Multiplicateur



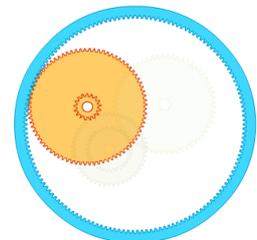
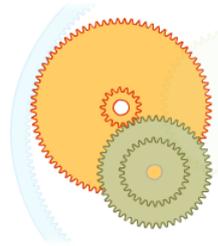
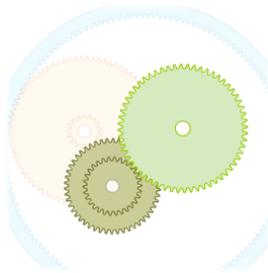
Entrée : 4
Sortie : 1



1^{er} contact : A

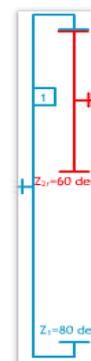
2^{ème} contact : B

3^{ème} contact : C



$$r = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{(-1)^2 \cdot Z_4 \times Z_{3r} \times Z_{2r}}{Z_{3p} \times Z_{2p} \times Z_1}$$

Autre méthode : à partir du rapport de réduction de chaque étage



$$r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_{3r}} = \frac{-Z_{3r}}{Z_{2p}}$$

$$r_1 = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{-Z_4}{Z_{3p}}$$

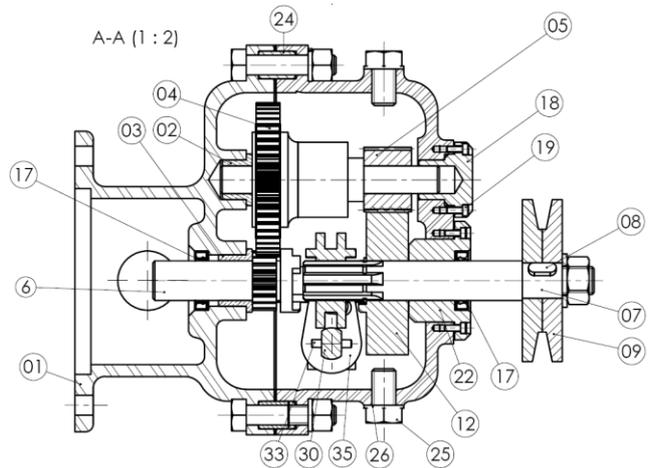
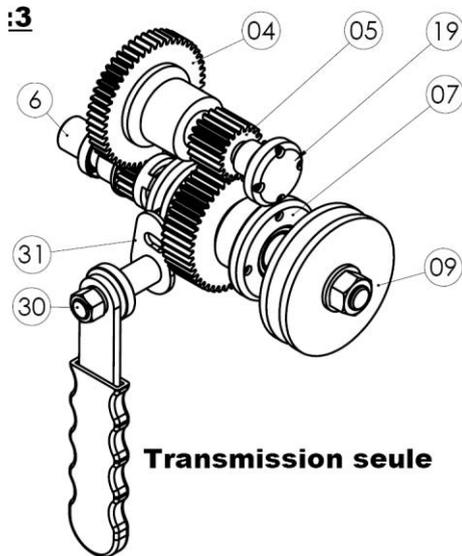
$$r_3 = \frac{\omega_1}{\omega_{2r}} = \frac{Z_{2r}}{Z_1}$$

$r = r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = 4,411$

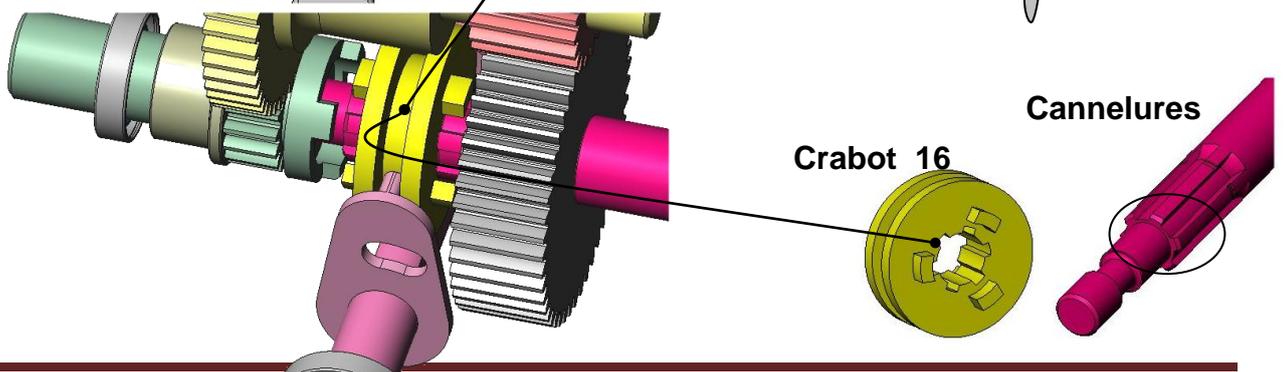
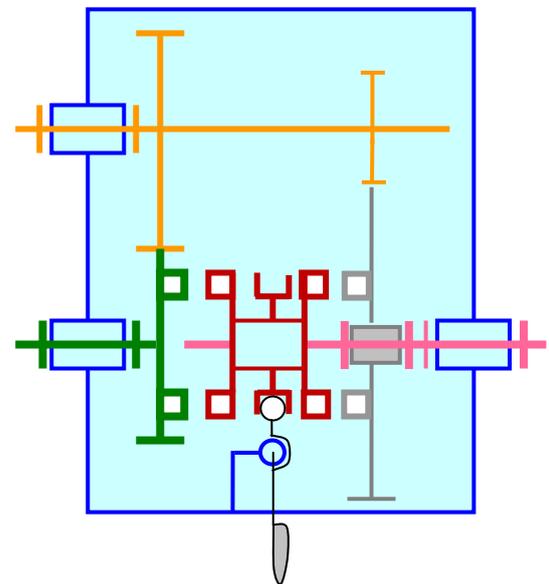
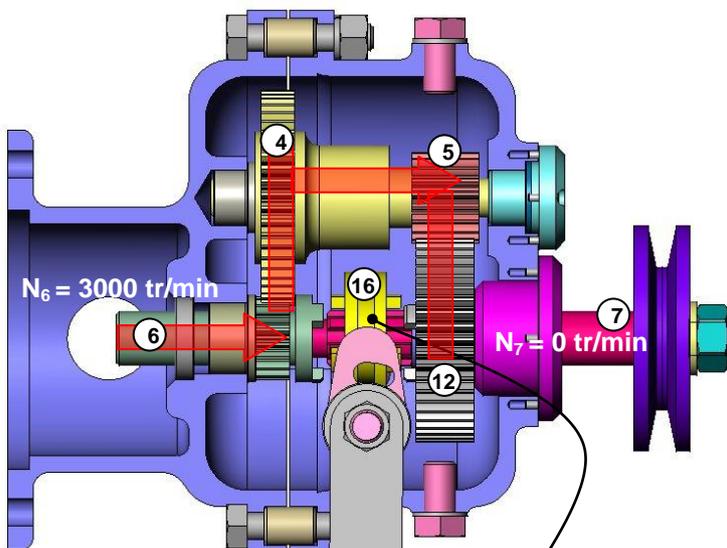
Réducteur Multiplicateur

5- Cas des boîtes de vitesses

La **BOITE DE VITESSES** représentée sur le dessin d'ensemble ci-dessous est installée sur des machines à laver professionnelles afin de transmettre un mouvement de rotation au tambour. Les différents programmes de la machine nécessitent que le tambour puisse tourner à 2 vitesses différentes. Pour chaque figure représenter la position du baladeur et écrivez la formule littérale du rapport de réduction.

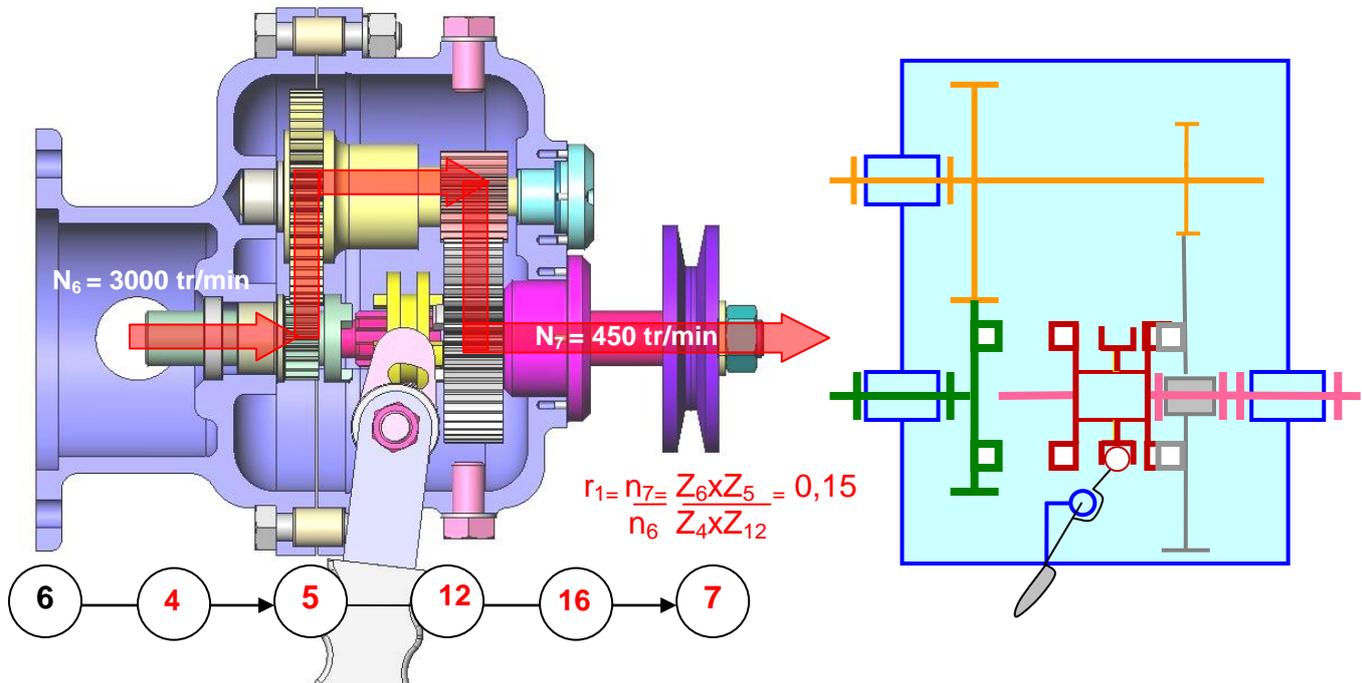


Position du baladeur au centre



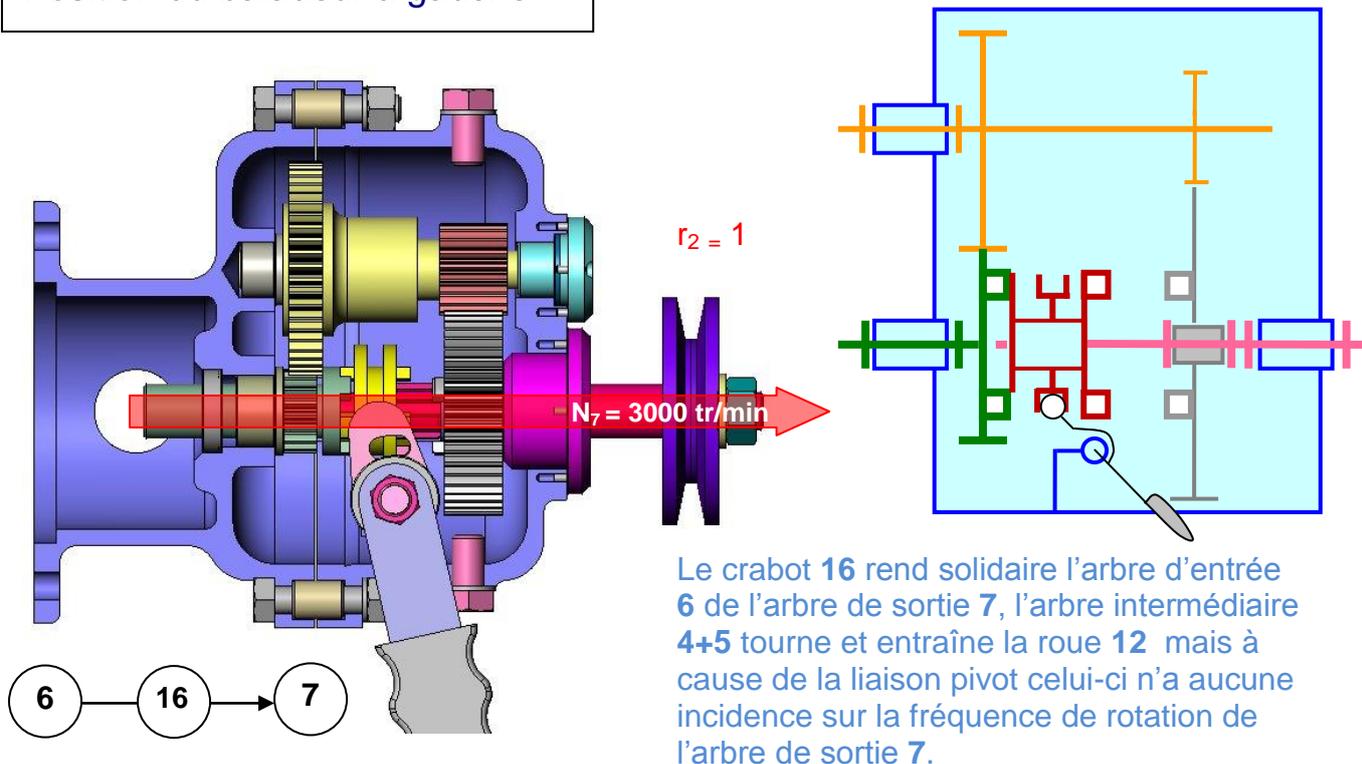
Le moteur entraîne en rotation l'arbre d'entrée 6, celui-ci à son tour provoque la rotation de l'arbre intermédiaire 4 + 5. La roue 12 tourne mais n'entraîne pas l'arbre de sortie 7 à cause de la liaison pivot existant entre ces deux pièces->correspond au point mort.

Position du baladeur à droite



Le crabot 16 rend solidaire la roue 12 de l'arbre de sortie 7, toutes ces pièces sont solidaire et tournent à la même fréquence de rotation.

Position du baladeur à gauche



Le crabot 16 rend solidaire l'arbre d'entrée 6 de l'arbre de sortie 7, l'arbre intermédiaire 4+5 tourne et entraîne la roue 12 mais à cause de la liaison pivot celui-ci n'a aucune incidence sur la fréquence de rotation de l'arbre de sortie 7.